جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
یازدهمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۶

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مسأله‌های تشریحی	
–	۷	۱۸۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

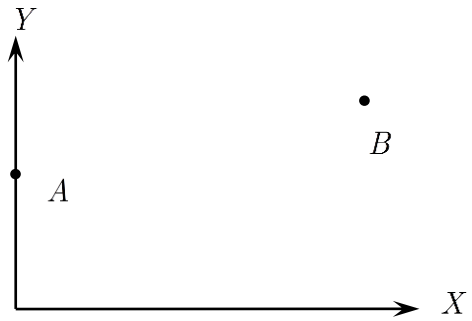
ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۷ سوال تشریحی** و وقت آن **۱۸۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

۱- محور اصلی یک آینه‌ی کروی محور x است و نقاط A و B که در شکل (۱۱-۲۷) نشان داده شده است، به ترتیب، در مختصات $\begin{vmatrix}0\\2\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}5\\3\end{vmatrix}$ قرار گرفته‌اند (طول‌ها برحسب سانتیمتر است).



شکل (۱۱-۲۷)

الف) اگر A یک جسم حقیقی و B تصویر آن باشد، مختصات محل مرکز و رأس آینه و نیز نوع آینه را مشخص کنید.

ب) اگر B یک جسم حقیقی و A تصویر آن باشد، مختصات مرکز و رأس آینه و نیز نوع آینه را مشخص کنید. (۸ نمره)

۲- بر قطرات ریز کروی که در هوا سقوط می‌کنند، نیروی مقاومت f در خلاف جهت سرعت وارد می‌شود. این نیروها با شعاع قطره R و سرعت آن V متناسب است و از رابطهٔ $f = ۶\pi\eta RV$ به دست می‌آید. در این رابطه η ضریب ثابتی است (ضریب گرانروی) که مقدار آن برای هوا $۱/۸\times۱۰^{-۵}Ns/m^{۲}$ است.

الف) نشان دهید قطرات ریز هنگام سقوط در میدان گرانش زمین، به سرعت ثابتی به نام سرعت حد می‌رسند. این سرعت را برای قطراتی با چگالی ρ به دست آورید و از روی آن توضیح دهید که چرا قطرات ریز آرام‌تر سقوط می‌کنند.

در آزمایش میلیکان (برای سنجش بار الکترون) قطرات ریز روغن به داخل محفظه‌ای از هوا که در آن میدان الکتریکی یکنواخت E برقرار است، پاشیده می‌شوند و با تابش کوتاه مدت پرتو x بار الکتریکی پیدا می‌کنند. میدان الکتریکی را می‌توان با یک اختلاف پتانسیل قابل تنظیم، تغییر داد و آن را چنان تعیین کرد که قطره‌ی معینی به حالت معلق درآید. با قطع کردن اختلاف پتانسیل اعمال شده، میدان الکتریکی از بین می‌رود و قطره در مدت کوتاهی به سرعت حد می‌رسد.

ب) قطره‌ی معینی در میدان الکتریکی $E = ۳/۱\times۱۰^{۴}V/m$ به حالت معلق در می‌آید و پس از قطع اختلاف پتانسیل با سرعت حد $v_f = ۴/۵\times۱۰^{-۵}m/s$ سقوط می‌کند. بار الکتریکی قطره‌ی روغن چه قدر است، چگالی روغن را $۹۰۰kg/m^{۳}$ و $g = ۱۰m/s^{۲}$ بگیرید. (۱۰ نمره)

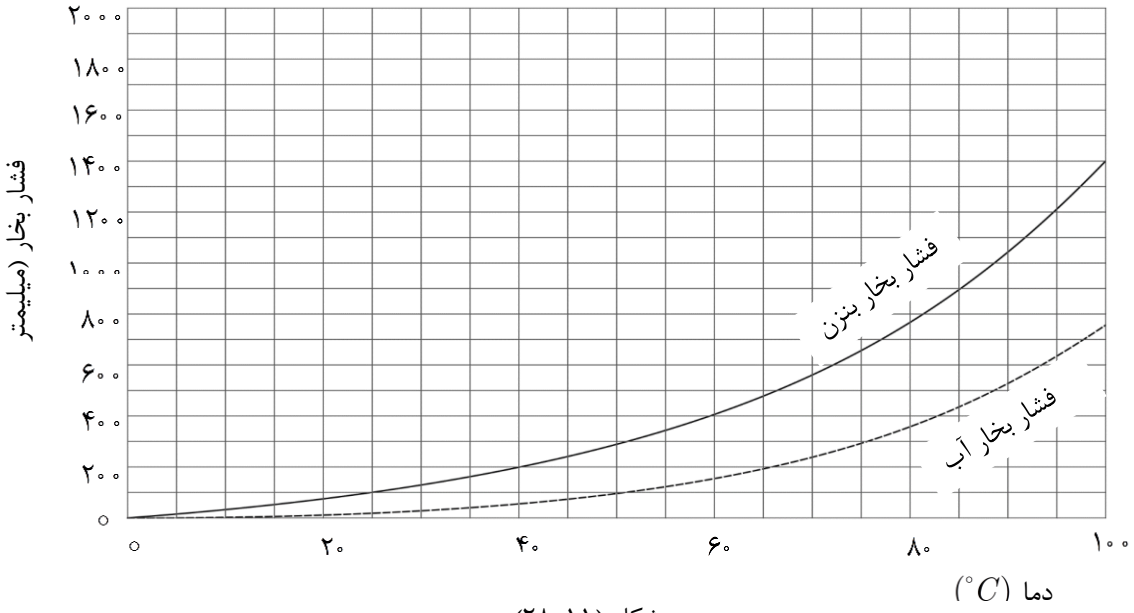
۳- هر مایعی در یک ظرف در بسته با بخار خود به حالت تعادل می‌رسد. در حالت تعادل فشار بخار مایع تابعی از دما است. نقطه‌ی جوش مایع دمایی است که در آن دما فشار بخار مایع با فشار هوای محیط برابر باشد.

الف) در قله‌ی دماوند، آب در $۸۰^{\circ}C$ می‌جوشد. با توجه به نمودار شکل (۱۱-۲۸)، فشار هوا در قله‌ی دماوند را به دست آورید؟

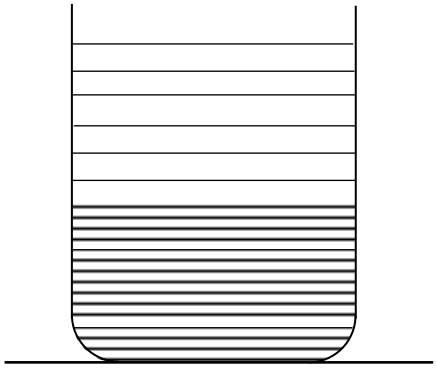
ب) بنزن در قله‌ی دماوند در چه دمایی می‌جوشد؟

دو مایع مخلوط نشدنی مطابق شکل (۱۱-۲۹) که در یک ظرف باشند در دمایی می‌جوشند که از نقطه‌ی جوش هر دو مایع کمتر است. علت این پدیده حباب‌هایی است که در مرز دو مایع به وجود می‌آید. در این حباب‌ها مجموع فشارهای بخار دو مایع با فشار محیط در این دما برابر می‌شود و مایع می‌جوشد.

به این ترتیب، مجموعه در دمایی می‌جوشد که مجموع فشارهای بخار دو مایع با فشار محیط برابر شود. در این حالت، اگر فشار بخار مایع A



شکل (۱۱-۲۸)



شکل (۱۱-۲۹)

برابر P_A، و فشار بخار مایع B برابر P_B باشد، نسبت مولی دو بخار A و B در بخار خارج شونده $\frac{n_A}{n_B} = \frac{P_A}{P_B}$ است.

ج) نمودار مجموع فشار بخارهای آب و بنزن برحسب دما را در نموداری مانند آنچه در شکل (۱۱-۲۸) آمده است رسم کنید.

د) مخلوط آب و بنزن در قله‌ی دماوند در چه دمایی می‌جوشد؟

ه) در این دما نسبت مول‌های آب به بنزن در بخار مخلوط چه قدر است؟

و) اگر مخلوطی از یک مول آب و دو مول بنزن در قله‌ی دماوند بجوشد، کدام یک از دو مایع زودتر تمام می‌شوند؟ (۱۲نمره)

۴- سطح مقطع یک خط لوله‌ی انتقال نفت افقی $۵۰۰ cm^۲$ است. به علت اصطکاک، فشار در سراسر لوله یکسان نیست. در این لوله، در هر کیلومتر، فشار به اندازه‌ی $۲\times ۱۰^۴ Pa$ افت می‌کند. از این خط لوله، روزانه ۶۰۰۰ مترمکعب نفت منتقل می‌شود:

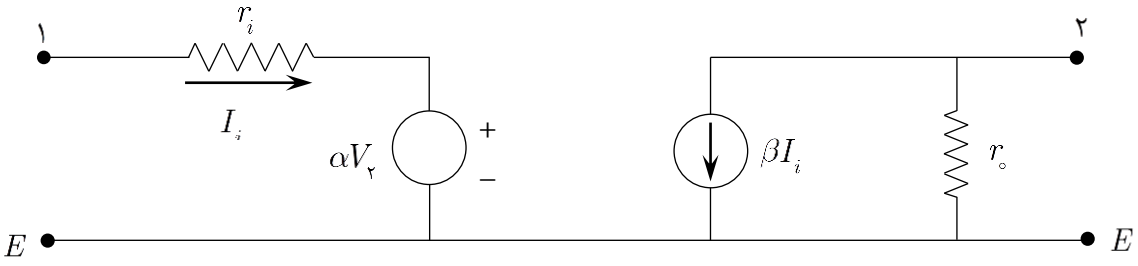
الف) نیروی اصطکاک نفت با لوله در هر متر از لوله چند نیوتن است؟

ب) سرعت انتقال نفت را به دست آورید.

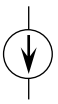
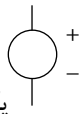
ج) فاصله‌ی دو تلمبه‌ی نفت $۱۲۰ km$ است. به ازای انتقال هر مترمکعب نفت میان دو تلمبه‌خانه، چه مقدار انرژی تلف می‌شود؟

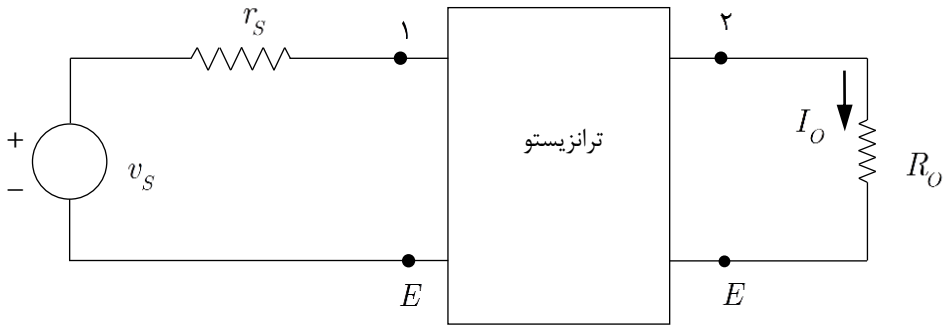
د) توان تلمبه را به دست آورید. (۱۰ نمره)

۵- ترانزیستور یک قطعه‌ی الکترونیکی است که سه سر دارد. شکل (۱۱-۳۰) مدار معادل ترانزیستور را نشان می‌دهد.



شکل (۱۱-۳۰)

در این شکل  یک چشمه جریان است که جریانی در جهت مشخص شده از آن می‌گذرد و  یک چشمه‌ی ولتاژ با قطب‌بندی مشخص شده است. ضرایب α، β، r_i و r_o اعداد ثابتی هستند که به مشخصات ترانزیستور بستگی دارد و $V_۲$ اختلاف پتانسیل نقطه‌ی ۲ نسبت به نقطه‌ی E است. این ترانزیستور را در مدار شکل (۱۱-۳۱) که یک تقویت کننده است به کار می‌بریم. کمیت‌های زیر را برحسب مشخصات ترانزیستور و R_o و r_s حساب کنید. $V_۱$ اختلاف پتانسیل نقطه‌ی ۱ نسبت به نقطه‌ی E است. (۱۲ نمره)



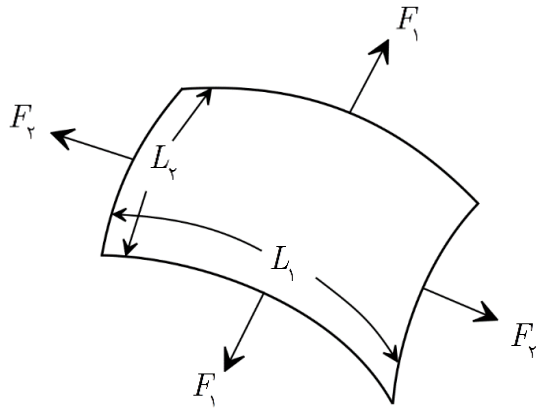
شکل (۱۱-۳۱)

الف) بهره‌ی جریان یعنی $A_i = \dfrac{I_o}{I_i}$

ب) مقاومت ورودی یعنی $Z_i = \dfrac{V_۱}{I_i}$

ج) بهره‌ی ولتاژ یعنی $A_v = \dfrac{V_۲}{V_s}$

۶- ماخ یک پوسته‌ی بسیار نازک کشسان را در نظر بگیرید. در هر ضلع یک مستطیل کوچک از این پوسته به طول‌های $L_۱$ و $L_۲$، مطابق شکل (۱۱-۳۲) از طرف بقیه‌ی پوسته نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ وارد می‌شود. این نیروها بر سطح پوسته مماس و بر ضلع مستطیل عمودند. اگر اضلاع مستطیل یاد شده هنگامی که $F_۱$ و $F_۲$ صفر شود، یعنی پوسته کشیده نشده باشد، $L_{۰۱}$ و $L_{۰۲}$ باشد، ضریب کشسانی پوسته k را با رابطه زیر تعریف می‌کنیم.



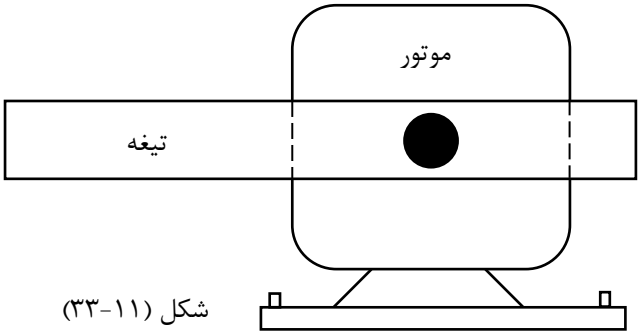
شکل (۱۱-۳۲)

$$k = \frac{F_۱ / L_{۰۱}}{(L_۲ - L_{۰۲}) / L_{۰۲}} = \frac{F_۲ / L_{۰۲}}{(L_۱ - L_{۰۱}) / L_{۰۱}}$$

یک بادکنک باد نشده به شکل یک کره به شعاع a در نظر بگیرید. بادکنک را باد می‌کنیم تا فشار درون آن P و شعاع آن R شود. فشار هوای

بیرون را P_0 بگیرید و P را برحسب R و سایر کمیت‌ها به دست آورید. برای زاویه‌های کوچک، می‌توان زاویه برحسب رادیان را با سینوس آن یکی گرفت. (۸ نمره)

۷- شعاع محور یک موتور الکتریکی r است. از یک تیغه به وزن w سوراخی به شعاع تقریبی r بیرون آورده و آن را، مطابق شکل (۱۱-۳۳) روی محور موتور نصب کرده‌ایم. فاصله‌ی گرانیگاه تیغه تا محور دوران d است. چون تیغه با محور موتور کاملاً درگیر نیست، هنگامی که محور موتور می‌چرخد، تیغه را با خود نمی‌چرخاند. فرض کنید نیروی اصطکاک میان تیغه و محور موتور چنان است که تیغه افقی می‌ماند:



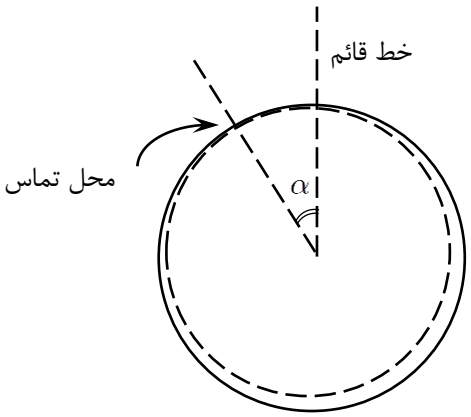
شکل (۱۱-۳۳)

الف) ابتدا فرض کنید محور موتور با تمام سطح سوراخ تیغه در تماس است. گشتاور نیروی اصطکاک وارد بر محور موتور را حساب کنید.

اکنون فرض کنید قطر سوراخ کمی از قطر محور موتور بزرگتر است، به طوری که مطابق شکل (۱۱-۳۴) تماس محور با سطح سوراخ تقریباً روی یک خط است.

ب) توضیح دهید که چرا برای افقی ماندن تیغه، خط تماس محور موتور با سطح سوراخ نمی‌تواند در بالاترین جای محور موتور باشد.

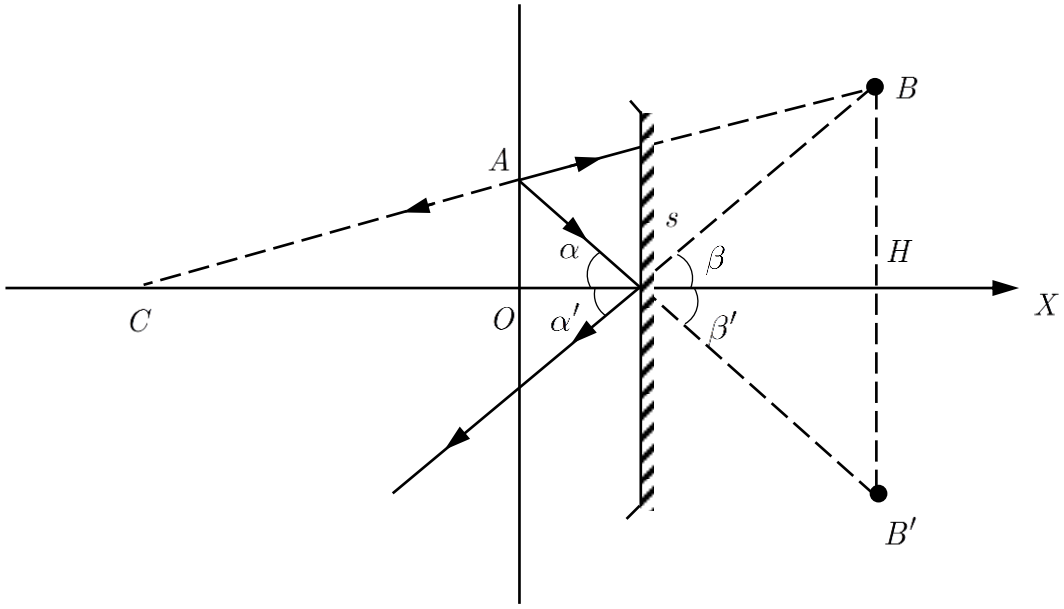
ج) زاویه‌ی α را که در شکل (۱۱-۳۴) مشخص شده است به دست آورید. برای سادگی، محور دوران را بر محور سوراخ منطبق بگیرید. در این حالت چه محدودیتی روی محل گرانیگاه تیغه وجود دارد؟ (۸ نمره)



شکل (۱۱-۳۴)

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- ماخ محور صلی آینه و نقاط A و B در شکل (۱۱-۸۲) نشان داده شده است.



شکل (۱۱-۸۲)

الف) هر پرتویی که از یک جسم طوری به آینه بتابد که امتداد و یا راستای آن از مرکز آینه بگذرد، بازتاب آن روی خودش خواهد بود. بنابراین اگر دو نقطه A و B را به هم وصل کنیم، امتداد آن از مرکز آینه می‌گذرد. چون محور x، محور اصلی آینه است، محل تقاطع امتداد خط AB با محور x ، یعنی نقطه‌ی C ، مرکز آینه خواهد بود. برای به دست آوردن محل مرکز، از نقطه‌ی B بر محور اصلی آینه عمود می‌کنیم تا آنرا در نقطه‌ی H قطع کند. دو مثلث CAO و CBH با یکدیگر متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{CO}{CH}=\frac{AO}{BH}$$

$$CO=\frac{۲}{۳}(CO+۵)$$

$$CO=۱۰cm$$

بنابراین مختصات مرکز آینه $C\left|{}^{-۱۰}_{۰}\right.$ است. اگر آینه سمت چپ نقطه A باشد، دو حالت وجود دارد.

- آینه میان نقطه O و C قرار دارد. در این صورت آینه باید محدب باشد و در نتیجه تصویر نقطه‌ی A باید پشت آینه، یعنی در طرف چپ نقطه‌ی A باشد. پس چنین حالتی امکان‌پذیر نیست.

- آینه در سمت چپ نقطه‌ی C قرار دارد. دراین صورت آینه باید مقعر باشد. تصویر نقطه‌ی A که بالای محور اصلی آینه است، باید پایین محور اصلی باشد. پس این حالت نیز وجود ندارد.

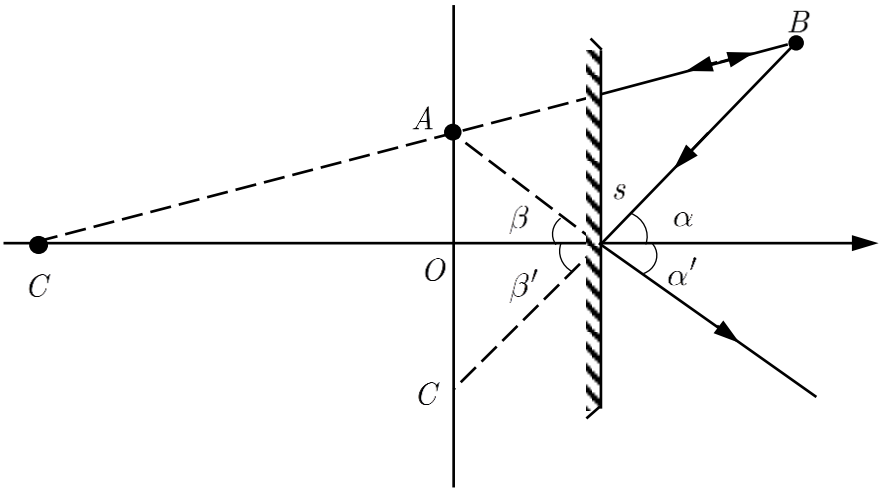
به این ترتیب آینه در سمت راست نقطه A قرار دارد.

اگر رأس آینه نقطه‌ای مانند S باشد، پرتو نوری که از جسم A به آن نقطه می‌تابد، با همان زاویه نسبت به محور اصلی، از آینه باز می‌تابد. یعنی در شکل (۱۱-۸۲) دو زاویه‌ی α و α' با هم برابر است. برای به دست آوردن نقطه‌یS ، خط BH را امتداد داده به طوری که $BH=B'H$ باشد. محل تقاطع خط AB' با محور آینه همان نقطهٔ S یعنی رأس آینه است. از شکل پیداست که به علت تساوی دو مثلث SBH و $SB'H$ ، دو زاویه‌ی β و β' با یکدیگر برابرند و چون $\beta=\alpha'$ و $\alpha=\beta'$، پس $\alpha=\alpha'$. با توجه به تشابه دو مثلث AOS و SHB' داریم:

$$\frac{OS}{AO}=\frac{HS}{B'H} \qquad OS=\frac{۵-OS}{۳}\times ۲ \qquad OS=۲cm$$

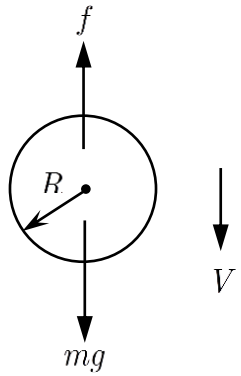
بنابراین مختصات رأس آینه $S\left|{}^{۲}_{۰}\right.$ است. از شکل (۱۱-۸۲) پیداست که نوع آینه مقعر است، زیرا مرکز آینه سمت چپ آن قرار گرفته است.

ب) در حالتی که نقطه‌ی B جسم حقیقی و نقطه‌ی A تصویر آن باشد، باز هم محل مرکز آینه مانند قبل به دست آمده و در همان نقطه‌ی C است. در شکل (۱۱-۸۳) محور اصلی آینه و دو نقطه‌ی A و B مجدداً رسم شده است. اگر آینه سمت راست نقطه‌ی B باشد، باید آینه مقعر باشد که مرکز آن در سمت چپ آینه قرار داشته است. در این صورت تصویر نقطه‌ی B که بالای محور اصلی است، باید پایین محور اصلی قرار گیرد. که چنین نیست بنابراین آینه باید سمت چپ نقطه‌ی B و نوع آن محدب باشد که در شکل مشخص شده است. با همان استدلال قبلی می‌توان دریافت که رأس آینه نیز در نقطه‌ی S با همان مختصات قبلی است.



شکل (۱۱-۸۳)

۲- ماخ در شکل (۱۱-۸۴) یک قطره‌ی کروی شکل که در هوا سقوط می‌کند و نیروهای وارد بر آن نشان داده شده است.



شکل (۱۱-۸۴)

الف) در ابتدای سقوط که سرعت قطره کم است، نیروی مقاومت f نیز کوچک است و برآیند نیروهای وارد بر قطره به طرف پایین است و به آن شتابی رو به پایین می‌دهد. این شتاب سرعت سقوط قطره را زیادتر می‌کند و در نتیجه نیروی مقاومت f نیز بزرگ‌تر می‌شود. اما تا هنگامی که $f<mg$ است، شتاب قطره همچنان رو به پایین است و سرعت آن نیز زیاد می‌شود.

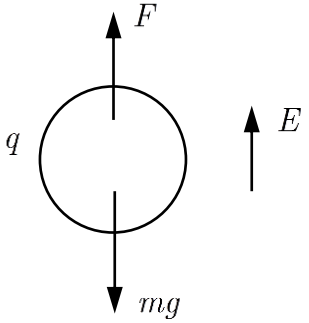
افزایش سرعت و نیروی f تا جایی پیش می‌رود که $f=mg$ شود. در این حالت برآیند نیروهای وارد بر قطره و در نتیجه شتاب آب صفر است و سرعت آن بدون تغییر خواهد ماند. این سرعت ثابت را سرعت حد می‌نامند. برای محاسبه آن داریم:

$$f=mg$$

$$۶\pi\eta RV_{\ell}=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}\rho g$$

$$V_{\ell}=\frac{۲}{۹}\frac{\rho g}{\eta}R^{۲}$$

از رابطه‌ی بالا مشاهده می‌شود که هرچه شعاع قطره کوچک‌تر باشد، سرعت حدی آن نیز کوچک‌تر است.



شکل (۱۱-۸۵)

ب) در شکل (۱۱-۸۵) یک قطره‌ی روغن که بار الکتریکی q دارد، در میدان الکتریکی E نشان داده شده است. هنگامی که به قطره‌های روغن پرتو X می‌تابانیم، قطره‌ها یونیزه می‌شود و بار الکتریکی مثبت پیدا می‌کند. براین قطره‌های باردار در میدان الکتریکی E که رو به بالا باشد، نیروی $F=qE$ وارد می‌شود. اگر میدان الکتریکی E طوری تنظیم شود که $qE=mg$ شود، بـرآیند نیروهای وارد بر قطره صفر شده و قطره

ساکن خواهد ماند. با حذف میدان الکتریکی، قطره سقوط می‌کند و نیروی مقاومت بر آن وارد می‌شود. هنگامیکه قطره به سرعت حد برسد، همان طور که قبلاً توضیح داده شد. $F=mg$ خواهد شد و می‌توان نتیجه گرفت:

$$qE = ۶\pi\eta R V_\ell$$

$$q = \frac{۶\pi\eta R V_\ell}{E} \qquad (۹\text{-}۱۱)$$

اکنون باید شعاع قطره را از رابطه (۱۱-۸) به دست آورده و در رابطه (۱۱-۹) قرار دهیم. داریم:

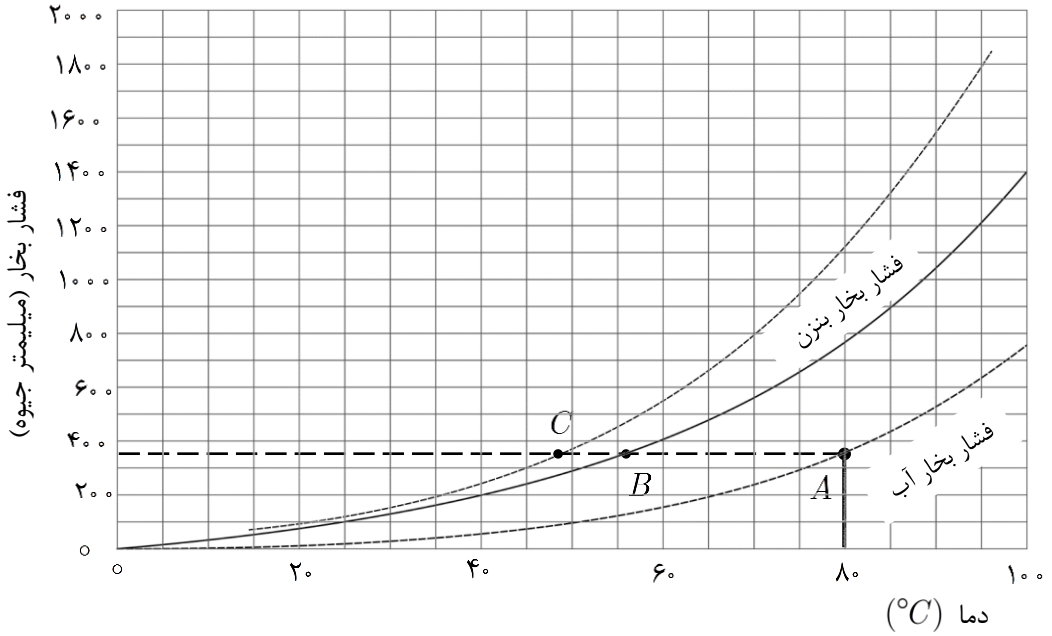
$$R = \sqrt{\frac{۹}{۲}\frac{\eta}{\rho g}V_\ell}$$

$$q = \frac{۶\pi\eta\sqrt{\frac{۹}{۲}\frac{\eta}{\rho g}V_\ell}}{E}V_\ell \qquad q = \frac{۶\pi}{E}\sqrt{\frac{q}{۲\rho g}}\sqrt{\eta^۳ V_\ell^{\,۳}}$$

$$q = \frac{۶\times ۳/۲۴}{۳/۱\times ۱۰^{۴}}\sqrt{\frac{۹}{۲\times ۹۰۰\times ۱۰}}\sqrt{(۱/۸\times ۱۰^{-۵})^۳\times(۴/۵\times ۱۰^{-۵})^۳}$$

$$q = ۳/۱۳\times ۱۰^{-۱۹} C$$

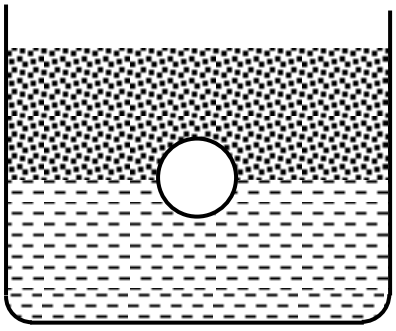
۳- ماخ یک ظرف در بسته که مقداری مایع در آن است، در نظر بگیرید. همواره بالای مایع، مقداری بخار آب وجود دارد. دریک دمای معین آن قدر از مولکول‌های مایع بخار می‌شوند، تا حالت تعادل به وجود آید. در حالت تعادل فشار بخار بالای مایع مقدار ثابتی است، یعنی اگر به ترتیبی مولکول‌های جدیدی به بخار تبدیل شود، و فشار بخار را بالا ببرد، به همان میزان از مولکول‌های بخار به مایع تبدیل شده و دوباره فشار به همان مقدار اولیه بر می‌گردد. اگر دما را بالا ببریم مقداری از مایع بخار شده ودر فشار بالاتری تعادل میان مایع و بخار به دست می‌آید. با کاهش دما با مایع شدن مقداری بخار، فشار بخار کم می شود و تعادل در فشار پایین‌تری به دست می‌آید. نمودار شکل (۱۱-۲۸) که عیناً در شکل (۱۱-۸۶) آمده است، همین پدیده را نشان می‌دهد.



شکل (۱۱-۸۶)

الف) از روی نمودار می‌توان فشار بخار آب در دمای $۸۰^\circ C$ را به دست آورد. نقطه‌ی A مربوط به دمای $۸۰^\circ C$و فشار $P_w = ۳۵۰\,mmHg$ است. چون در دمای جوش فشار بخار تعادل با فشار هوای محیط برابر است، بنابراین فشار هوا در قله‌ی دماوند، مقدار $۳۵۰\,mmHg$ است.

ب) اگر بنزن را در قله دماوند به جوش آوریم، فشار بخار تعادل بنزن باید با فشار هوای محیط برابر باشد. نقطه‌ی B مربوط به فشار بخار بنزن معادل $P_B = ۳۵۰ mmHg$ است و دمای جوش از روی نمودار $\theta_B = ۵۷^\circ C$ به دست می‌آید.



شکل (۱۱-۸۷)

در شکل (۱۱-۸۷) دو مایع مخلوط نشدنی در یک ظرف نشان داده شده است. در مرز دومایع یک حباب بخار از مولکول‌های هر دو مایع نشان داده شده است. در یک دمای معین فشار بخار هر کدام از دو مایع را می‌توان از روی نمودارهای شکل (۱۱-۸۶) به دست آورد. اگر حباب را مانند یک ظرف بسته در نظر بگیریم، هر کدام از بخارها مستقل از بخار دیگری فشاری در این ظرف به وجود آورده است که به دما بستگی دارد و فشار درون ظرف مجموع فشار بخارهاست. اگر در یک دمای معین فشار کلی در حباب تشکیل شده در مرز دو مایع برابر با فشار محیط باشد، (فشار هوای بالا مایع به اضافه فشار مایع بالایی که در برابر فشار هوا قابل چشم‌پوشی است) شروع به جوشیدن می‌کند. یقیناً در این دما فشار هیچ‌کدام از دو بخار به اندازهٔ فشار محیط نیست بلکه کسری از فشار محیط است و در نتیجه دمای در حال جوش مخلوط از دمای جوش هر دو مایع کم‌تر است.

ج) روی شکل (۱۱-۸۶)نمودار مجموع فشار بخارهای آب و بنزن برحسب دما به صورت خط‌چین نشان داده شده است. برای به دست آوردن این نمودار، در چند دما مجموع دو فشار را مشخص می‌کنیم و آن‌ها را با یک نمودار خط‌چین به هم وصل می‌کنیم.

د) برای آنکه مخلوط آب و بنزن در قله دماوند بجوشد، باید مجموع فشار بخارهای آن‌ها به فشار هوا در آنجا یعنی ۳۵۰ $mmHg$ برسد. از روی نمودار خط‌چین شکل (۱۱-۸۶)، این فشار مربوط به دمای حدود $۵۰^\circ C$ است. بنابراین مخلوط آب و بنزن در قله دماوند، در این دما می‌جوشد که از دمای جوش آب یعنی $۸۰^\circ C$ و دمای جوش بنزن یعنی $۵۷^\circ C$ در قله دماوند کم‌تر است.

ه) از روی نمودار خط‌چین شکل (۱۱-۸۶) فشار بخار آب و بنزن در دمای $۵۰^\circ C$ چنین است:

$$P_w = ۱۰۰ mgHg \quad P_B = ۲۶۰ mmHg$$

درون هر کدام از حباب‌های بخاری با حجم V ، دو نوع مولکول آب و بنزن قرار دارد که دمای آن‌ها برابر است(دمای جوش مخلوط آب و بنزن). برای هر کدام از این دو نوع ماده، با فرض آن که بخار آنها را گاز کامل فرض کنیم، داریم:

$$P_w V = n_w RT \qquad P_B V = n_B RT$$

در رابطه‌های بالا R ثابت گازها، T دمای جوش مخلوط و n_w و n_B به ترتیب تعداد مول‌های آب و بنزن درون حباب است. اگر دو رابطه بالا را بر هم تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{P_w}{P_B} = \frac{n_w}{n_B} \qquad (۱۰-۱۱)$$

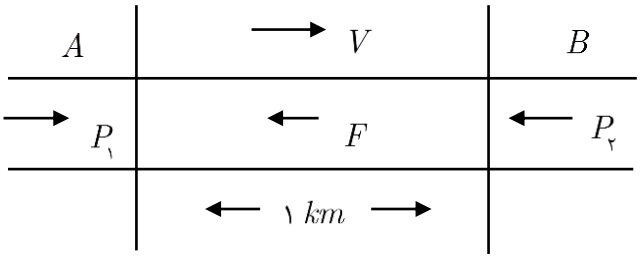
بنابراین در هر حباب، نسبت مول‌های آب و بنزن، به نسبت فشار آب و بنزن در دمای جوش مخلوط است. در نتیجه نسبت مول‌های آب و بنزن در بخار بالای مایع نیز با فشار بخار آب و بنزن در دمای جوش مخلوط برابر است. رابطه (۱۱-۱۰) همان است که در صورت مسأله آمده است و در اینجا درباره آن توضیح داده شد. با استفاده از فشار بخار آب و بنزن که از روی نمودار به دست آمد، نسبت مول‌ها را می‌توان محاسبه کرد. داریم:

$$\frac{n_w}{n_B} = \frac{۱۰۰}{۲۶۰} = ۰/۳۸$$
$$n_w = ۰/۳۸ n_B$$

و) از حل قسمت هـ ، نتیجه می‌شود که به ازای بخار شدن هر مول بنزن، ۰/۳۸ مول آب بخارمی‌شود. در مخلوط مورد نظر یک مول آب و دو مول بنزن وجود داشته است. به ازای بخار شدن دو مول بنزن، ۰/۷۶ مول آب تبخیر می‌شود و با پایان یافتن بنزن، هنوز ۰/۲۴ مول آب باقی مانده است. بنابراین بنزن زودتر تمام می‌شود.

۴- در شکل (۱۱-۸۸) لوله‌ی انتقال نفت نشان داده شده است. فرض می‌کنیم نفت با سرعت ثابت V در لوله حرکت می‌کند. فشار مایع در A و در لـوله B که با هم $1km$ فاصله دارد، برابر نیست، بـلکه $2\times10^{4}Pa$ تفاوت دارند. یک ستون نفت میان A و B در لوله در نظـر می‌گیریم. نیروهای افقی وارد بر این ستون چنین است.

- نیروی $F_1 = P_1S$ به طرف راست از طرف نفت واقع شده در طرف چپ ستون
- نیروی $F_2 = P_2S$ به طرف چپ از طرف نفت واقع شده در طرف راست ستون
- نیروی اصطکاک F



شکل (۱۱-۸۸)

چون نفت مورد نظر با سرعت ثابت و در راستای افقی حرکت می‌کند، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. داریم:

$$P_1S - P_2S - F = 0$$
$$(P_1 - P_2)S = F \qquad (11\text{-}11)$$

از رابطه (۱۱-۱۱) پیداست که اگر نیروی اصطکاک وجود نداشته باشد، فشار در دو نقطه‌ی A و B از لوله یکسان است. بنابراین افت فشار در لوله‌ی انتقال نفت به سبب اصطکاک است. نیروی اصطکاک F به دو علت به وجود می‌آید.

- اصطکاک نفت با دیواره‌ی لوله. چون نفت روی دیواره لوله‌ی می‌لغزد، مانند هر دو جسمی که روی یکدیگر می‌لغزند و به یکدیگر نیروی اصطکاک وارد می‌کنند، در اینجا نیز دیواره‌ی لوله به نفت نیروی اصطکاک وارد می‌کند. آشکار است که این نیروی اصطکاک از نوع لغزشی است.

- لغزش لایه‌های مختلف نفت روی یکدیگر. هنگامی که نفت با دیواره‌ی لوله اصطکاک دارد، سرعت نفت در تمام نقاط مقطع لوله یکسان نیست. در این حالت نفتی که در نزدیکی دیواره‌ی لوله قرار دارد با سرعت کمتر و نفتی که نزدیک به محور لوله است، با سرعت بیشتری حرکت می‌کند.بنابراین لایه‌های مختلف نفت روی یکدیگر می‌لغزد و نیروی اصطکاک لغزشی بر آن وارد می‌شود. در این صورت سرعت V در لوله، سرعت متوسط نفت است.

الف) از رابطه (۱۱-۱۱) می‌توان نیروی اصطکاک وارد بر نفت در هر متر از لوله را به دست آورد.

$$f = \frac{F}{\ell} = \frac{10^{3}}{10^{3}} = 1N/m \qquad 2\times10^{4}\times500\times10^{4} = F$$

ب) اگر $6000m^{3}$ نفت را که طی ۲۴ ساعت منتقل می‌شود، در لوله به سطح مقطع $500cm^{2}$ در نظر بگیریم، طولی از لوله که با آن پر خواهد شد، چنین است:

$$\ell = \frac{6000}{500\times10^{-4}} = 12\times10^{4}m$$

اگر این مقدار نفت، در لوله‌ای به طول ℓ ، در سمت چپ نقطه‌ی A از شکل (۱۱-۸۸) باشد، تمام آن باید ظرف مدت ۲۴ ساعت، از نقطه‌ی A بگذرد. پس سرعت انتقال نفت چنین است.

$$V = \frac{\ell}{t} = \frac{12\times10^{4}}{24\times60\times60} = 1/39m/s$$

ج) هر مترمکعب نفت در لوله‌ی مورد نظر دارای طول زیر است.

$$\ell' = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۲۰m$$

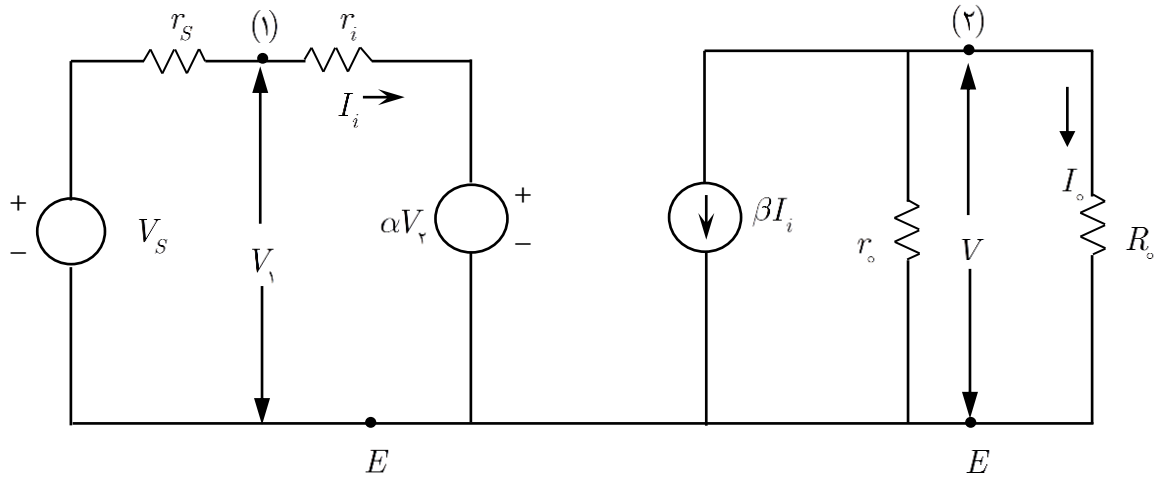
نیروی اصطکاک وارد بر ستونی از نفت به طول $۲۰m$ چنین است:

$$F' = \ell' f = ۲۰ \times ۱ = ۲۰N \qquad w = F'd = ۲۰ \times ۱۲۰ \times ۱۰^{۳} = ۲۴ \times ۱۰^{۵} J$$

د) در قسمت قبل انرژی تلف شده برای انتقال یک متر مکعب نفت به دست آمد. این انرژی ازطریق تلمبه‌ها تأمین می‌شود. برای تون تلمبه داریم:

$$P = \frac{WD}{t} = \frac{۲۴ \times ۱۰^{۵} \times ۶۰۰۰}{۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} = ۱۶۶ \times ۱۰^{۳} w$$

۵- مدار تقویت کننده که مدار معادل ترانزیستور در آن به کار رفته در شکل (۱۱-۸۹) نشان داده شده است.



شکل (۱۱-۸۹)

الف) از نقطه ۲ در قسم راست مدار (قسمت خروجی تقویت کننده)جریان I_o، جریان در مقاومت r_o و جریان βI_i می‌گذرد. با توجه به قانون جریان کیرشهف داریم:

$$\beta I_i + \frac{V_۲}{r_o} + I_o = ۰ \qquad V_۲ = R_o I_o$$

با حذف $V_۲$ در دو رابطه بالا داریم:

$$\beta I_i + \frac{R_o}{r_o} I_o + I_o = ۰$$

$$A_I \frac{I_o}{I_i} = \frac{-\beta}{۱ + \frac{R_o}{r_o}} = \frac{-\beta I_o}{r_o + R_o} \qquad (۱۲\text{-}۱۱)$$

ب) در قسمت سمت چپ مدار (قسمت ورودی تقویت کننده) می‌توان $V_۱$ را به صورت زیر نوشت:

$$V_۱ = I_i r_i + \alpha(\mathrm{R}_o I_o) \qquad (۱۳\text{-}۱۱)$$

اگر I_o را از رابطه‌ی (۱۱-۱۲) در رابطه‌ی بالا قرار دهیم داریم:

$$Z_i = \frac{V_۱}{I_i} = r_i - \frac{\alpha\beta R_o r_o}{r_o + R_o}$$

ج) از قسمت چپ مدار داریم:

$$V_s=(r_s+r_i)\mathrm{I}_i+\alpha V_2 \qquad V_s=(r_s+r_i)\frac{\mathrm{I}_O}{A_i}+\alpha V_2$$

$$V_s=(r_s+r_i)\frac{V_2}{R_oA_i}+\alpha V_2 \qquad A_v=\frac{V_2}{V_s}=\frac{1}{\alpha+\frac{(r_s+r_i)}{\mathrm{R}_o\,A_i}}$$

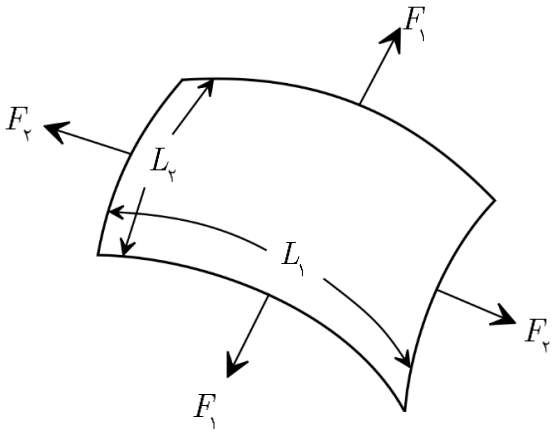
$$A_v=\frac{R_oA_i}{r_s+r_i+\alpha R_oA_i} \qquad A_v=\frac{-\frac{\beta r_oR_o}{r_o+R_o}}{r_s+r_i-\frac{\alpha\beta r_oR_o}{r_o+R_o}}$$

$$A_v=\frac{\beta r_oR_o}{\alpha\beta R_or_o-(r_s+r_i)(r_o+R_o)}$$

۶- ماخ روی بادکنک باد نشده خط کوچکی به طول $L_\circ$ در نظر می‌گیریم. هنگامی که بادکنک را باد می‌کنیم، طول این خط بزرگ شده و فرضاً برابر L خواهد شد. اگر شعاع بادکنک باد نشده را a و بادکنک باد شده را R بگیریم، داریم:

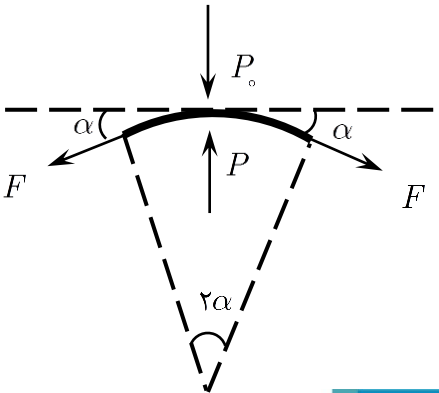
$$L=L_\circ\frac{R}{a} \qquad (۱۴-۱۱)$$

$$\Delta L=L-L_\circ=L_\circ(\frac{R}{a}-۱) \qquad (۱۵-۱۱)$$



شکل (۱۱-۹۰)

اکنون روی بادکنک باد شده مربع کوچکی به ضلع L مطابق شکل (۱۱-۹۰) در نظر می‌گیریم. هر ضلع این مربع کمان کوچکی به طول L است. از طرف بقیه‌ی بادکنک بر هر یک از این کمان‌های کوچک نیروی F وارد می‌شود که بر سطح بادکنک کره‌ای شکل مماس و بر کمان‌ها عمود است. از نقطه‌ی A که وسط مربع است، صفحه‌ای بر بادکنک مماس می‌کنیم و چهار نیروی وارد بر اضلاع مربع را روی این صفحه و در راستای عمود بر آن، که همان راستای شعاع کره است، تصویر می‌کنیم. در شکل (۱۱-۹۱) مقطع این صفحه نشان داده شده است. تصویر چهار نیروی F که بر چهار مربع وارد می‌شود، در راستای مماس برصفحه‌ی تخت یاد شده صفر است، زیرا مؤلفه مماس نیروهای وارد بـر دو ضلع از مربع که روی بـه روی یکدیگر هستند، برابـر و در دو جهـت مخالف هم هستند. در راستای عمود بر صفحه‌ی تخت یاد شده که از مرکز کره می‌گذرد مؤلفه‌ی هر چهار نیرو که بر چهار ضلع مربع وارد می‌شود، بر هم افزوده می‌شوند و به طرف مرکز کره است. بر مربع یاد شده علاوه بر این نیرو، دو نیرو از طرف هوای درون وبیرون نیز وارد می‌شود، که به فشار هوا بستگی دارد چون مربع در حالت تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر ا ست. داریم:



$$۴F\sin\alpha+P_\circ L^2=PL^2 \qquad (۱۶-۱۱)$$

در رابطه بالا L^2 مساحت مربع و P و $P_\circ$ به ترتیب هوای درون و بیرون بادکنک است. چون زاویه‌ی α کوچک است، می‌توان سینوس آن را با خود زاویه برحسب رادیان برابر گرفت و با استفاده از شکل (۱۱-۹۱) داریم:

www.MAAKH.ir

$$۲\alpha = \frac{L}{R} \simeq ۲\sin\alpha \qquad (۱۷\text{-}۱۱)$$

شکل (۱۱-۹۱)

اگر تعریف ضریب کشسانی پوسته را برای یک مربع به کار بریم، داریم:

$$K = \frac{\frac{F}{L_{\circ}}}{\frac{(L - L_{\circ})}{L_{\circ}}} = \frac{F}{\Delta L} \qquad (۱۸\text{-}۱۱)$$

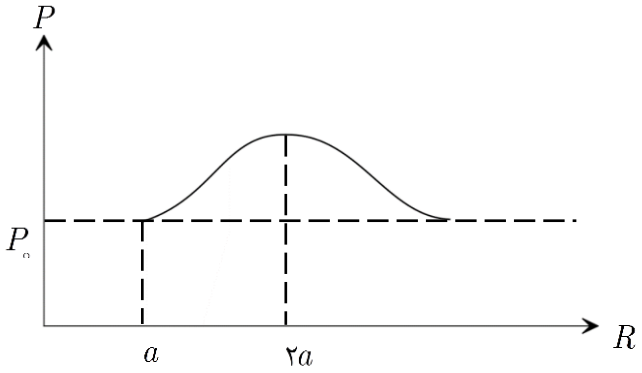
اگر k از رابطه‌ی (۱۱-۱۸) و $\sin\alpha$ را از رابطهٔ (۱۱-۱۷) در رابطه‌ی (۱۱-۱۶) قرار دهیم، داریم:

$$۴k\Delta L\frac{L}{۲R} = (P - P_{\circ})L^{۲}$$

$$P = P_{\circ} + \frac{۲k}{R}\frac{\Delta L}{L} = P_{\circ} + \frac{۲k}{R^{۲}}(R - a) \qquad (۱۹\text{-}۱۱)$$

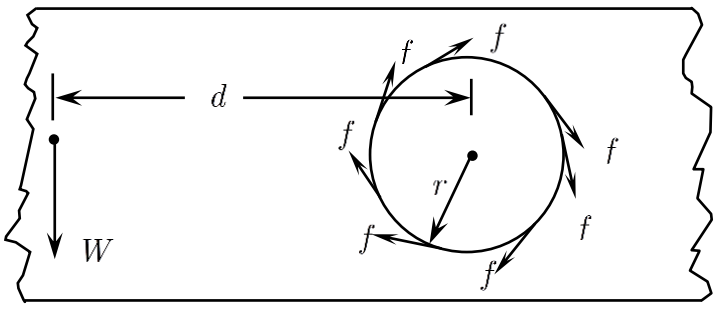
در رابطه‌ی (۱۱-۱۹)، برای مقدار L و ΔL از روابط (۱۱-۱۴) و (۱۱-۱۵) استفاده کرده‌ایم. درشکل (۱۱-۹۲) فشار هوای درون بادکنک P، را برحسب شعاع آن R، از رابطه‌ی (۱۱-۱۹) رسم کرده‌ایم.

از این نمودار پیداست که بیش‌ترین فشار هوای درون بادکنک، هنگامی که $R = ۲a$ باشد. با مشتق گرفتن از رابطه‌ی (۱۱-۱۹) برحسب R و صفر قرار دادن آن، مقدار بالا به دست می‌آید. از نمودار (۱۱-۹۲) این نکته‌ی جالب نتیجه می‌شود که اگر کسی بخواهد بادکنک را با دمیدن در آن باد کند، در ابتدا باید با فشار زیاد هوا را وارد بادکنک کند، اما پس از آن که شعاع بادکنک مقداری زیاد شد، برای افزایش بیش‌تر آن، به فشار چندانی نیاز نیست و شخص می‌تواند با دمیدن ملایم نیز بادکنک را بیش‌تر باد کند.



شکل (۱۱-۹۲)

۷- در شکل (۱۱-۹۳) تیغه که به صورت افقی مانده است و محور موتور که درون سوراخ تعبیه شده در تیغه می‌چرخد، نشان داده شده است. برای آنکه که شکل واضح باشد، محور موتور بزرگ رسم شده است و در نتیجه تنها قسمتی از تیغه در نزدیکی محور موتور نشان داده شده است. جهت گردش محور موتور نیز در شکل مشخص شده است. از طرف محور موتور، بر تمام سطح داخلی سوراخ نیروی اصطکاک لغزشی وارد می‌شود که در شکل با نماد f مشخص شده است. جهت این نیروها با توجه به جهت چرخش محور موتور تعیین شده است. برای توضیح بیش‌تر، توجه کنید که جهت چرخش تیغه نسبت به محور موتور، در خلاف جهت عقربه‌های ساعت است. یعنی اگر ناظری روی محور موتور قرار گیرد، چنین در می‌یابد که تیغه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌گردد. چون نیروی اصطکاک لغزشی وارد بر تیغه در خلاف جهت حرکت آن نسبت به سطح یاست که با آن تماس دارد، نیروهای مشخص شده در شکل در جهت عقربه‌های ساعت خواهد بود.

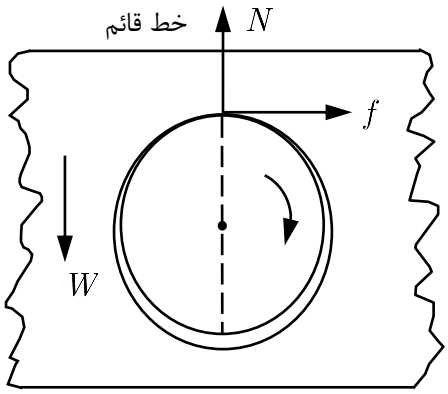


شکل (۱۱-۹۳)

الف) نیروهای اصطکاک نسبت به محور دوران (محوری که از مرکز محور موتور می‌گذرد) گشتاوری بر تیغه وارد می‌کنند که با گشتاور نیروی وزن نسبت به همان محور، خنثی می‌شود و در نتیجه تیغه افقی می‌ماند. اگر گشتاور نیروی اصطکاک را τ_f بنامیم، داریم:

$$\tau_f = \tau_w = wd$$

ب) در شکل (۱۱-۹۴) فرض شده است که قطر سوراخ کمی بزرگ‌تر از قطر محور موتور است و خط تماس محور موتور با سوراخ در بالاترین جای آن فرض شده است. در این حالت برخلاف قبل، تنها از یک جا بر تیغه نیروی اصطکاک وارد می‌شود که با f مشخص و جهت آن نیز با توجه به جهت گردش محور تعیین شده است. چون نیروی اصطکاک بر سطح تماس دو جسمی که روی هم می‌لغزند مماس است، در این حالت نیروی f افقی خواهد بود.



شکل (۱۱-۹۴)

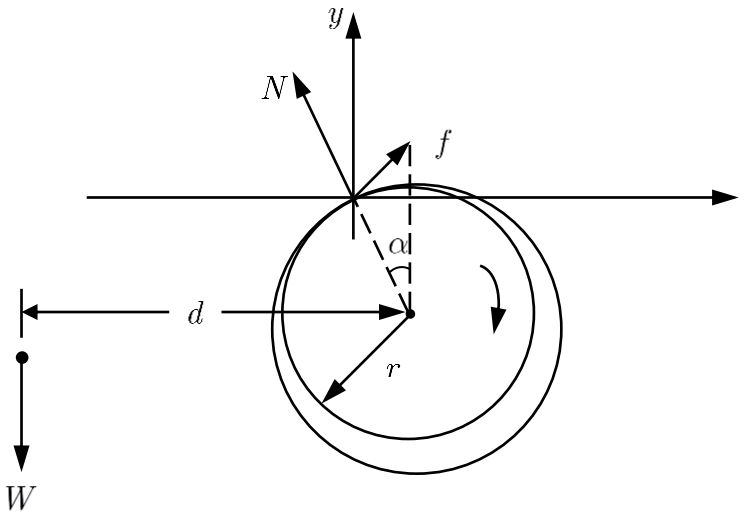
در شکل (۱۱-۹۴) نیروی عمود بر سطح N نیز نشان داده شده است. برای آنکه تیغه افقی بماند، یعنی درحالت تعادل باشد، باید هم برآیند نیروهای وارد بر آن و هم مجموع گشتاور نیروهای وارد بر آن نسبت به محور دوران صفر باشد. گشتاور نیروی N به علت آن که از محور دوران می‌گذرد صفر است و گشتاور دو نیروی f و w نیز می‌تواند صفر شود، زیرا گشتاور این دو نیرو خلاف جهت یکدیگر است و ممکن است اندازه نیروها و فاصله‌ها چنان باشد که این منظور برآورده شود. اما برآیند این سه نیرو صفر نخواهد شد، زیرا دو نیروی N و w مؤلفه افقی برای خنثی کردن f ندارند. بنابراین امکان ندارد تماس تیغه با محور موتور، در بالاترین نقطه باشد.

ج) در شکل (۱۱-۹۵) محل تماس تیغه با محور موتور در جای پایین‌تری فرض شده و نیروهای وارد بر تیغه نیز مشخص شده است برای آن که تیغه افقی بماند، داریم:

$$w = N\cos\alpha + f\sin\alpha \qquad (۱۱-۲۰)$$

$$f\cos\alpha = N\sin\alpha \qquad (۱۱-۲۱)$$

$$wd = fr \qquad (۱۱-۲۲)$$



شکل (۱۱-۹۵)

دو رابطهٔ (۱۱-۲۰) و (۱۱-۲۱) براساس صفر شدن مؤلفه ای قائم و افقی نیروهای وارد بر تیغه و رابطهٔ (۱۱-۲۲) صفر شدن گشتاور نیروهای وارد بر تیغه نسبت به محور دوران نوشته شده است. از رابطهٔ (۱۱-۲۲)، f را به دست آورده و در رابطهٔ (۱۱-۲۱) قرار می‌دهیم. داریم.

$$f = \frac{wd}{r}$$

www.MAAKH.ir

$$N = f\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{wd}{r}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad (۲۳-۱۱)$$

اگر N را از رابطهٔ (۱۱-۲۳) در رابطهٔ (۱۱-۲۰) قرار دهیم:

$$W = \frac{wd}{r}\frac{\cos^۲\alpha}{\sin\alpha} + \frac{wd}{r}\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{d}{r}\cos^۲\alpha + \frac{d}{r}\sin^۲\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{d}{r}$$

چون $\sin\alpha < ۱$ است، پس باید $d < r$ باشد. در نتیجه در چنین شرایطی، گرانیگاه تیغه باید درون سوراخ قرار داشته باشد.

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات آزمون عملی
مرحله دوم
یازدهمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۶

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
-	۱	۳۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱ سوال تشریحی** و وقت آن **۳۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

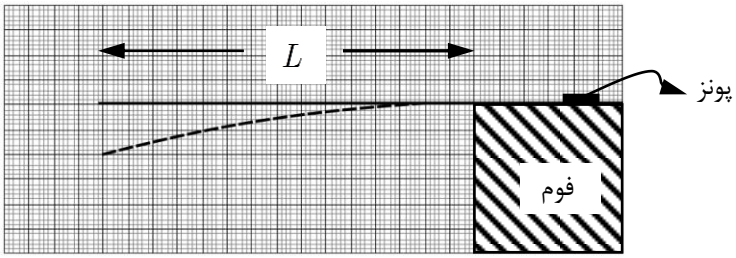
www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

یک ترازوی ساده:

وقتی به انتهای یک تیغه که سر دیگر آن ثابت نگاه داشته شده نیرویی عمود بر راستای آن وارد کنیم، انتهای تیغه از حالت اولیه خود منحرف و خم می‌شود. مقدار جابه‌جایی انتهای تیغه از وضعیت اولیه، در محدودهٔ معینی، باندازهٔ نیروی اعمال شده متناسب است. در این آزمایش با استفاده از این خاصیت یک ترازوی ساده خواهیم داشت.

وسایل آزمایش:



۱-کاغذ میلیمتری برای اندازه‌گیری میزان انحراف انتهای تیغه

۲-تیغه از جنس طلق شفاف(۳ عدد)

۳-تکیه‌گاه از جنس فوم

۴-وزنه ۱: حدود ۲۰ سوزن ته گرد

۵-وزنه ۲: سه میخ کوچک

۶-وزنه ۳: سه گیرهٔ کاغذ

۷-پنج پونز برای اتصال کاغذ میلیمتری و تیغه به فوم

بخش اول:

در این بخش به کمک سوزن ته گرد ترازو را مدرج می‌کنیم. برای این کار ابتدا حدود ۵ میلیمتر از یک انتهای تیغه را خم کنید تا جلوی ریختن وزنه‌ها (سوزن‌های ته گرد) را بگیرد. کاغذ میلیمتری را به کمک پونز مطابق شکل به فوم وصل کنید تا امکان خواندن میزان انحراف تیغه فراهم شود. سر دیگر تیغه را روی تکیه‌گاه قرار دهید و آن را با انگشت ثابت نگه دارید. برای مدرج کردن ترازو وطول L را مقدار مناسبی در نظر گرفته و با پونز تیغه را به فرم متصل کنید. سوزن‌ها را یکی یکی (تا جایی که لازم می دانید) روی انتهای تیغه قرار دهید و مقدار انحراف تیغه را برحسب تعداد سوزن‌هایی که روی تیغه قرار داده‌ای در جدول روی پاسخنامه یادداشت کنید. مقدار طول L را نیز که به ازای آن این نتایج به دست آمده در گزارش کار خود بنویسید.

بخش دوم:

وزن یک میخ و یک گیرهٔ کاغذ را برحسب وزن یک سوزن اندازه بگیرید و نتایج را در گزارش کار خود بنویسید.

بخش سوم:

اندازه‌گیری‌های شما برحسب تعداد سوزن‌ها در چه محدوده‌ای دقیق‌تر است؟ عواملی که می‌تواند باعث ایجاد خطا در اندازه‌گیری‌های ترازوی شما شود، کدامند؟ (۱۵ نمره)

«پاسخنامه‌ی آزمون عملی»

بخش اول:

نخست با انتخاب l معین، انحراف تیغه به ازای تعداد سوزن‌های مختلف را به دست می‌آوریم. جدول شماره‌ی (۱) اندازه‌گیری نوعی این بخش را به ازای lهای مختلف، نشان می‌دهد.

توجه: در عمل ممکن است اندازه‌گیری دانش‌آموزان با مقادیر جدول اختلافاتی داشته باشد که ناشی از انحراف اولیه‌ی تیغه به علل مختلف است. اما تغییرات انحراف در اثر افزایش بار در هر طول معین، نظم خاص خود را حفظ می‌کند.

بخش دوم:

در این بخش وزن‌های به دست آمده‌ی قابل قبول عبارت است از:

وزن میخ: ۵ ± ۱ سوزن

وزن گیره‌ی کاغذ: ۸ ± ۱ سوزن

بخش سوم:

دراین بخش، اندازه‌گیری‌ها در شرایطی دقیق‌تر هستند که با گذاشتن بار روی تیغه، انحراف‌های شدید و تغییر شکل دائمی روی آن ایجاد نشود. همچنین اگر طول تیغه خیلی کم باشد، اثر وزن وزنه‌ها در ایجاد تغییر انحراف آن کاهش می‌یابد و این به نوعی مقایسه و اندازه‌گیری نسبی وزن اجسام و قدرت تفکیک ترازو را کم خواهد کرد.

عوامل مختلفی در این آزمایش می‌تواند باعث ایجاد خطا شود، که بعضی از آن‌ها ذکر می‌گردد:

۱-عدم توزیع نقطه‌ای جرم اجسامی که وزنشان را اندازه می‌گیریم.

۲-امکان لق شدن پونز نگهدارنده‌ی طلق روی تکیه‌گاه.

۳-فشار نامتناسب دست برای ثابت نگه داشتن وسیله‌ی آزمایش.

۴-خطای دید در خواندن درجات کاغذ میلی‌متری.

۵-امکان ایجاد تغییر شکل‌های دائمی در تیغه‌ی طلقی.

بارم امتحان:

بخش اول: (۸ نمره)

۱-هر عدد درست در جدول (۰/۵ نمره)

۲-ثبت مقدار l در گزارش کار (۰/۵ نمره)

* اگر دانش‌آموز مقدار را ثبت نکرده باشد، به ازای هر اندازه‌گیری ۰/۴ نمره می‌گیرد.

بخش دوم: (۴ نمره)

-وزن درست میخ (۲ نمره)

-وزن درست گیره‌ی کاغذ (۲ نمره)

بخش سوم: (۳ نمره)

-بحث روی دقت (۱نمره)

-عوامل خطا هر یک (۰/۵ نمره) تا حداکثر (۲ نمره)

تعداد سوزن‌ها

l = ۳۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۱	۱۱	۱۲
=۳۵	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۹	۱۰	۱۲	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
=۴۰	۱	۳	۵	۶	۸	۱۰	۱۱	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
=۴۵	۲	۴	۵	۷	۹	۱۰	۱۱	۱۳	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
=۵۰	۲	۴	۵	۷	۹	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۱۹	۲۱	۲۳	۲۴	۲۶
=۵۵	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۷	۱۹	۲۱	۲۳	۲۵	۲۷	۲۹	–
=۶۰	۲	۴	۶	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۲	۲۵	–	–	–	–
=۶۵	۲	۵	۹	۱۴	۱۷	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰	–	–	–	–	–	–
=۷۰	۵	۱۰	۱۴	۲۰	۲۵	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
=۷۵	۵	۱۱	۱۸	۲۴	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

جدول شماره‌ی (۱)